17.07.2025, 13:30 – 16:30 המחלקה למדעי המחשב

אוטומטים ושפות פורמליות

מועד א'

ד"ר דביר רוס, ד"ר יוחאי טוויטו

סמסטר ב', תשפ"ה

מספר העמוד הנוכחי ומספר העמודים הכולל בשאלון מופיעים בתחתית כל עמוד.

הנחיות למדור בחינות

- ✓ לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת
- ✓ אין להשתמש במחשבון
- ✓ אין להשתמש בחומר עזר כלל

הנחיות לנבחנים

נא קראו בעיון את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה. מומלץ לקרוא בקצרה את כלל השאלות לפני שמתחילים לפתור את הבחינה. ניתן לענות על השאלות בכל סדר שתרצו.

1. המבחן כולל 5 שאלות. שאלות הבחינה שוות משקל – כל שאלה 20 נקודות.
2. כתבו הוכחות מלאות ומפורטות. אל תדלגו על שלבים.
3. המבחן כולל נספחים (דפי עזר) בסופו, לשימושכם. הסתייעו בהם במידת הצורך.
4. הקפידו על כתב יד ברור. רישמו בגדול את מספר השאלה בראש העמוד.
5. כתבו את פתרונותיכם במחברות שקיבלתם. רק הן נבדקות!
6. ניתן לקחת את השאלון כאשר הבחינה מסתיימת.

לזכאי מתווה/מילואים בלבד – ישנה בחירה של 4 מתוך 5. כלומר, יש לענות על 4 שאלות בלבד מתוך 5 השאלות. במידה ותענו על 5 שאלות, רק ה-4 הראשונות תבדקנה.

בהצלחה!

המכללה האקדמית להנדסה ע"ש סמי שמעון
קמפוס באר שבע ביאליק 56, 84100 | קמפוס אשדוד ז'בוטינסקי 84, 77245 | www.sce.ac.il

הבחינה

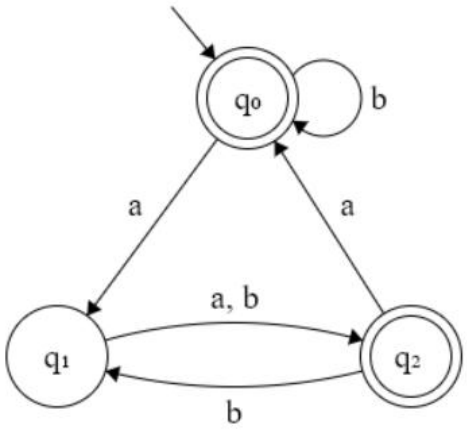
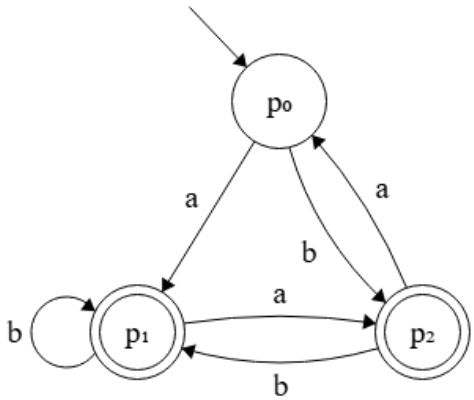
שאלה 1: אוטומט סופי דטרמיניסטי (20 נקודות)

סעיף א' (10 נקודות)

נתון האלפבית $\Sigma = \{a, b\}$ ונתונים שני האוטומטים הסופיים הדטרמיניסטיים A, B המתוארים באיורים שבסעיף זה. בנו אוטומט מכפלה סופי דטרמיניסטי המקבל את השפה $L = L(A) \cap L(B)$, שהיא החיתוך של שפות האוטומטים – כלומר שפת המילים שמתקבלות על ידי האוטומט A וגם על ידי האוטומט B.

בסעיף זה חובה לבנות אוטומט מכפלה מלא – כלומר, מספר המצבים של אוטומט המכפלה צריך להיות מספר המצבים של האוטומט A כפול מספר המצבים של האוטומט B. אוטומט שאינו אוטומט מכפלה מלא יזכה בניקוד חלקי בלבד, אפילו אם הוא מקבל את השפה L .

בתשובתכם, יש לתאר את האוטומט בצורה גרפית (לצייר את האוטומט).

A	B
	

סעיף ב' (10 נקודות)

תהי L שפת כל המילים מעל האלפבית $\Sigma = \{a, b, c\}$, המקיימות את התכונות הבאות:

1. מספר הפעמים שהאות a מופיעה, מתחלק ב-3.
2. מספר הפעמים שהאות b מופיעה, מתחלק ב-2.
3. האות c מופיעה במילה לפחות פעם אחת.

בכתיבה פורמלית:

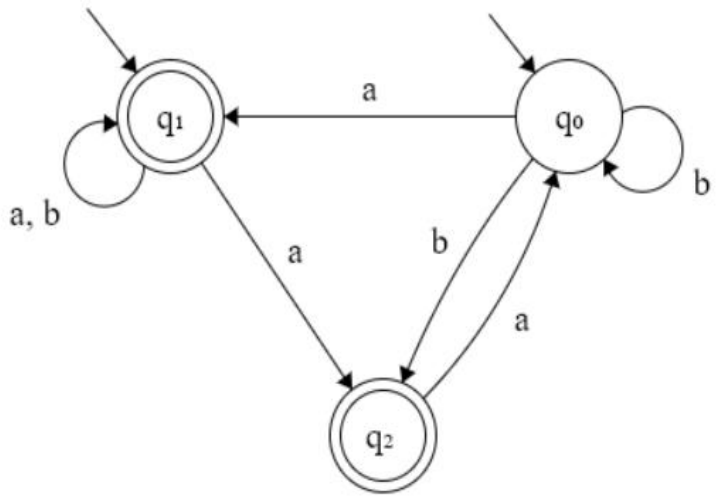
$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) \bmod 3 = 0 \ \wedge \ \#_b(w) \bmod 2 = 0 \ \wedge \ \#_c(w) \geq 1\}$$

בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את השפה L. בתשובתכם, לבחירתכם ניתנת האפשרות לתאר את האוטומט בצורה גרפית (לצייר את האוטומט) או בצורה פורמלית (במונחים של תורת הקבוצות ובעזרת טבלת מעברים).

שאלה 2: אוטומט סופי לא דטרמיניסטי (20 נקודות)

סעיף א' (10 נקודות)

נתון האלפבית $\Sigma = \{a, b\}$. יהי A האוטומט הסופי הלא דטרמיניסטי שנתון גרפית באיור שבסעיף זה. בנו אוטומט חזקה סופי דטרמיניסטי השקול לאוטומט A. בסעיף זה חובה לבנות אוטומט חזקה מלא - כלומר, מספר המצבים של אוטומט החזקה צריך להיות 2 בחזקת מספר המצבים של האוטומט A. אל תשמיטו מצבים. אוטומט שאינו אוטומט חזקה מלא יזכה בניקוד חלקי בלבד, אפילו אם הוא שקול לאוטומט A. בתשובתכם, יש לתאר את האוטומט בצורה גרפית (לצייר את האוטומט).



סעיף ב' (10 נקודות)

נתון האלפבית $\Sigma = \{a, b, c\}$. תהי $L \subseteq \Sigma^*$ השפה הבאה:

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid (w = uabcv \wedge (u, v \in \Sigma^+)) \vee (\exists_{n \in N}(|w| = 3n + 2))\}$$

הסבר: השפה L היא שפת כל המילים המקיימות לפחות אחת מהתכונות הבאות:

1. שארית החלוקה של אורכן ב-3 היא 2 .
2. מכילות את הרצף abc עם לפחות תו אחד לפני הרצף, ולפחות תו אחד אחרי הרצף.

בנו אוטומט סופי לא דטרמיניסטי המקבל את השפה L. בתשובתכם, יש לתאר את האוטומט בצורה גרפית (לצייר את האוטומט).

שאלה 3: שפות רגולריות (20 נקודות)

נתון האלפבית $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. תהי $L \subseteq \Sigma^*$ השפה הבאה:

$$L = \left\{a^i b^j c^k d^l \;\middle|\; i, j, k, l \in \mathbb{N} \;\wedge\; i + k = j + l\right\}$$

האם השפה L היא שפה רגולרית?

אם כן, ספקו ביטוי רגולרי r המתאר את השפה L.

אחרת, הוכיחו בעזרת למת הניפוח שהשפה אינה רגולרית.

שאלה 4: שפות חסרות הקשר (20 נקודות)

נתון האלפבית $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. נתונות שלושת השפות הבאות המוגדרות מעל Σ:

$$L_1 = \{a^k b^{m+1} c^m d^n a \mid k, n \in \mathbb{N} \wedge m \in \mathbb{N}^+ \wedge k = 3n\}$$

$$L_2 = \{a^{2n} b^{3m} c^m d^{2n} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$$

$$L_3 = L_1^*$$

בסעיפים הבאים הינכם מתבקשים לבנות דקדוקים עבור השפות הנ"ל. בכל סעיף, בתשובתכם, יש לתאר את הדקדוק באופן פורמלי. כלומר, על ידי הגדרה פורמלית של ארבעת רכיבי הדקדוק.

סעיף א' (8 נקודות) – בנו פורמלית דקדוק חסר הקשר G_1 שיקיים $L_1 = L(G_1)$.

סעיף ב' (8 נקודות) בנו פורמלית דקדוק חסר הקשר G_2 שיקיים $L_2 = L(G_2)$.

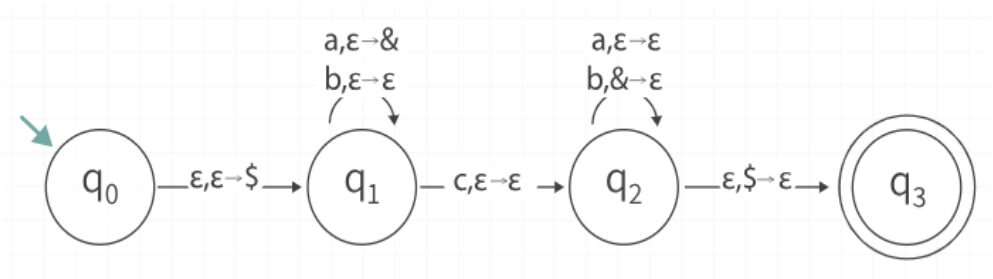
סעיף ג' (4 נקודות) – בנו פורמלית דקדוק חסר הקשר G_3 שיקיים $L_3 = L(G_3)$.

הערה: בכל אחד מ-3 הסעיפים של שאלה זו נדרש שמספר המשתנים בדקדוק יהיה לכל היותר 4. כלומר: $|V_1| \le 4, |V_2| \le 4, |V_3| \le 4$.

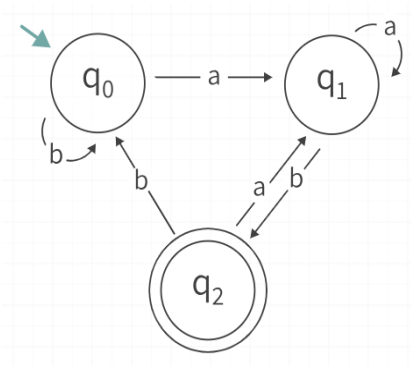
שאלה 5: אוטומט מחסנית ו/או דקדוקים רגולריים (20 נקודות)

סעיף א' (10 נקודות)

נתון האלפבית $\Sigma = \{a, b, c\}$. יהי A אוטומט המחסנית שמתואר גרפית באיור שבסעיף זה. מהי שפת האוטומט? כלומר מהי $L(A)$? כיתבו את שפת האוטומט בצורה פורמלית ומוגדרת היטב.



סעיף ב' (10 נקודות)



נתון האלפבית $\Sigma = \{a, b\}$. יהי A האוטומט הסופי הדטרמיניסטי שבאיור שבסעיף זה.

המירו את האוטומט לדקדוק רגולרי ימני. יש לבצע את ההמרה על פי אלגוריתם ההמרה מאוטומט סופי דטרמיניסטי לדקדוק רגולרי ימני. יש לתאר את הדקדוק באופן פורמלי. כלומר, על ידי הגדרה פורמלית של ארבעת רכיבי הדקדוק.

בהצלחה!